



## الگوریتم جدید برای حذف کامل تداخل با روش Reduced-Rank

مهرزاد بی‌غش<sup>۱</sup> بنوآ شامپین<sup>۲</sup> شاهرخ ولانی<sup>۱\*</sup> محمدحسن باستانی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>تهران - دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده برق

<sup>۲</sup>McGill University, Montreal, Canada

<sup>۳</sup>تهران - دانشگاه تربیت مدرس - بخش برق

Emails: <sup>۴</sup>[Bighesh@mehr.sharif.ac.ir](mailto:Bighesh@mehr.sharif.ac.ir)

کلمات کلیدی: حذف تداخل - بردار ویژه - Reduced-rank - پردازش آرایه‌ای

### خلاصه

در این مقاله الگوریتم جدیدی برای حذف کامل تداخل، بر اساس eigendecomposition ماتریس همبستگی سیگنال دریافتی، ارائه شده است. Beamformer پیشنهادی که وزن‌های آن براساس ترکیبی خطی از بردارهای ویژه فضای سیگنال بدست می‌آیند، قادر به حذف کامل سیگنال تداخل و استخراج سیگنال مورد نظر است. ایجاد صفر در جهت سیگنال‌های تداخل هم با روش تحلیلی اثبات شده و هم با شبیه‌سازی نشان داده شده است. بمنظور کاهش نرخ محاسبات در هنگامی که جهت سیگنال مورد نظر در حال جابجایی است، روش جدیدی برای رهگیری Beamformer با استفاده از بردارهای ویژه فضای سیگنال، ارائه گردیده است.

### ۱. مقدمه

در اغلب کاربردهای مخابراتی، نیاز به استخراج سیگنال مورد نظری که به سیگنال‌های تداخل و نویز آغشته شده‌اند وجود دارد. با استفاده از آرایه‌های تطبیقی و انتخاب حساب شده وزن‌های آرایه امکان غلبه بر تداخل و نویز و استخراج سیگنال مطلوب وجود دارد. بیشتر روش‌های موجود بر مبنای حداکثر کردن نسبت سیگنال به نویز و تداخل (SINR) در خروجی آرایه، با داشتن جهت دریافت (DOA) سیگنال مطلوب عمل می‌کنند. در این روش‌ها، بردار وزن براساس ماتریس همبستگی نویز و تداخل محاسبه می‌گردد، که ما در اینجا آنرا ماتریس همبستگی عاری از سیگنال (SFCM) مینامیم. اما اگر DOA سیگنال دریافتی دقیقاً مشخص بوده و آرایه کالیبره شده باشد، کوچکترین خطا در کالیبراسیون و یا تخمین DOA سیگنال مطلوب باعث پدیده حذف سیگنال می‌گردد [1,2].

<sup>۱</sup> Signal to interference and noise ratio

<sup>۲</sup> Direction of Arrival

<sup>۳</sup> Signal free correlation matrix

در بیشتر موارد عملی، نویز و تداخل با سیگنال مخلوط بوده و اندازه‌گیری SFCM کار ساده‌ای نیست. برای اندازه‌گیری SFCM می‌توان از روش Generalized sidelobe canceller (GSC) استفاده کرد [3]. در این روش نیز خطا در DOA و یا کالیبراسیون، باعث نشت مؤلفه سیگنال گشته که عملکرد روش را کاملاً مخدوش می‌نماید.

در اکثر روش‌های حذف تداخل، میزان حذف تداخل به نسبت تداخل به نویز بستگی داشته و هر اندازه این نسبت افزون‌تر باشد، حذف تداخل بهتر صورت می‌گیرد. ولی در بسیاری از کاربردها، عملکرد سیستم به نسبت سیگنال به تداخل (SIR) بستگی دارد. به عنوان مثال، در رادارهای طیف گسترده، نفوذ سیگنال یک جمر (jammer) هوشمند ممکن است که باعث ایجاد آثار مخرب در سیستم رادار گردد. بدین ترتیب که ممکن است در ورودی، توان جمر به نویز منفی بوده و سیستم به حذف نویز بیشتر اهمیت دهد، ولی بعد از despreading، توان جمر هوشمند بسیار بالاتر از توان نویز دریافتی گردد [4]. در این موارد بیشینه کردن SIR از حداکثر نمودن SINR بسیار سودمندتر است.

امروزه بخاطر قدرت تفکیک بیشتر، در beamforming علاقه بر به کارگیری بردارهای ویژه [4,5] و الگوریتم‌های تطبیقی eigensubspace است [6,7,8]. معمولاً نیز این روش‌ها بر اساس eigendecomposition ماتریس SFCM عمل می‌کنند. در اینجا روش beamforming جدیدی بر اساس eigendecomposition ماتریس همبستگی سیگنال در یافتی را پیشنهاد می‌کنیم. این روش پیشنهادی، تنها نیاز به داشتن تخمینی از DOA سیگنال مطلوب، تعداد منابع سیگنال تداخل و همچنین تخمین توان نویز دریافتی دارد. بصورت تحلیلی نشان داده‌ایم که روش پیشنهادی، که محاسبات نسبتاً کمی احتیاج دارد، دقیقاً در جهت تداخل‌ها، صفر ایجاد می‌کند. به علت محدودیت در تعداد صفحات از ذکر اثبات قضایا خودداری شده است.

## ۲. مدل سیگنال

آرایه آنتنی با  $L$  المان و هندسه دلخواه و  $p$  منبع نقطه‌ای سیگنال باند باریک را در نظر می‌گیریم. بردار  $\mathbf{x}(k)$  را نشان دهنده سیگنال خروجی (بصورت phasor) آرایه در  $k$  امین snapshot نظر می‌گیریم. بردار داده  $\mathbf{x}(k)$  را می‌توان چنین نوشت

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

در این رابطه  $\mathbf{n}$  بردار نویز دریافتی است و فرض می‌کنیم که سفید و ناهمبسته با سیگنال‌های دریافتی است،  $s$  بردار  $p \times 1$  سیگنال‌های دریافتی، و  $\mathbf{A}(k) = [\mathbf{a}(\theta_1(k)), \dots, \mathbf{a}(\theta_p(k))]$ ، که  $\mathbf{a}(\theta_i) = \mathbf{a}_i$  بردار steering آرایه با ابعاد  $L \times 1$  در جهت  $\theta_i$  است. با استفاده از رابطه (۱)، با فرض اینکه توان نویز دریافتی  $\sigma^2$  است، ماتریس همبستگی سیگنال دریافتی خواهد بود

$$\mathbf{R}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{A}^H(k) + \sigma^2\mathbf{I} \quad (2)$$

که در این رابطه  $\mathbf{\Gamma}$  ماتریسی قطری است (قطری بودن ماتریس  $\mathbf{\Gamma}$  در نتیجه مستقل بودن سیگنال‌های ارسالی از یکدیگر است)، و نمای  $H$  بیانگر Hermitian transposition است.

برای ماتریس  $\mathbf{R}$  بدست آمده در (۲)، می‌توان مجموعه‌ای از مقادیر ویژه ( $\lambda_i$ ) و بردارهای ویژه  $\mathbf{q}_i$  را به گونه‌ای پیدا کرد که

$$\mathbf{R}\mathbf{q}_i = \lambda_i\mathbf{q}_i \quad \text{for} \quad 1 \leq i \leq L \quad (3)$$

(فرض می‌کنیم که  $\lambda_i$  ها به ترتیب نزولی مرتب شده‌اند، یعنی  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L$ ). می‌توان نشان داد که برای  $i > p$ ،  $\lambda_i = \sigma^2$  است [3].

بردارهای ویژه  $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_L]$  را می‌توان به دو دسته بصورت  $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_s | \mathbf{Q}_n]$  تقسیم کرد، که در آن ستون‌های  $\mathbf{Q}_s$  و  $\mathbf{Q}_n$  فضای سیگنال و نویز را span نموده و بر همدیگر متعام هستند. می‌توانیم قضیه زیر را ثابت کنیم

signal to interference ratio

قضیه ۱: اگر  $\Lambda_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$  تعریف کنیم، روابط زیر برقرار هستند

$$\mathbf{A}^H \mathbf{Q}_s (\Lambda_s - \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Q}_s^H \mathbf{A} = \Gamma^{-1} \quad (۴)$$

$$\mathbf{A}^H \mathbf{Q}_s \Gamma \mathbf{Q}_s^H \mathbf{A} = (\Lambda_s - \sigma^2 \mathbf{I}). \quad (۵)$$

### ۳. حذف تداخل با روش Reduced-Rank

#### ۳.۱ روش حداقل تداخل (minimum interference: MI)

برای استخراج سیگنالی که از جهت  $\theta_n$  به آرایه می‌رسد، روش beamforming زیر را پیشنهاد می‌کنیم

$$\mathbf{w}_n = \frac{\mathbf{D} \mathbf{a}_n}{\mathbf{a}_n^H \mathbf{D} \mathbf{a}_n} \quad (۶)$$

که در آن

$$\mathbf{D} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Q}_s (\Lambda_s - \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Q}_s^H \quad (۷)$$

این روش beamforming که ما آنرا روش MI می‌نامیم خواص عمده‌ای دارد: با استفاده از (۳) و (۴)، می‌توان قضیته زیر را اثبات کرد.

قضیه ۲: الگوی تشعشی MI beamformer در جهات تداخل دارای صفر است. به عبارت دیگر رابطه زیر برقرار می‌باشد.

$$\mathbf{a}_m^H \mathbf{w}_n = \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{for } m = n \\ 0 & \text{for } m \neq n \end{cases} \quad (۸)$$

قضیه ۳: نسبت SNR در خروجی MI beamformer در محدوده  $\lambda_p / \sigma^2$  تا  $\lambda_1 / \sigma^2$  قرار دارد. یعنی

$$\frac{\lambda_p}{\sigma^2} \leq \left( \frac{S}{I + N} \right)_{out} \leq \frac{\lambda_1}{\sigma^2} \quad (۹)$$

و برای زمانی که تنها یک منبع سیگنال در محیط وجود دارد SNR خروجی برابر  $\lambda_1 / \sigma^2$  است.

#### ۳.۲ روش MI با شرط خطی (LCMI)

در روش MI بردار وزن با کمینه کردن توان تداخل در خروجی، مشروط بر اینکه پترن تشعشی حاصله دارای بهره‌ای برابر یک در جهت سیگنال مطلوب باشد، بدست می‌آید. یعنی بردار وزن در شرط  $\mathbf{a}(\theta_n)^H \mathbf{w} = 1$  صدق می‌کند، که در این رابطه  $\theta_n$  جهت سیگنال مطلوب است. این تک شرط خطی را می‌توان به حالت فراگیرتری برای شرایط چندگانه خطی<sup>۲</sup> تعمیم داد.

اگر که بخواهیم  $m < L$  شرط خطی را بر  $\mathbf{w}$  اعمال کنیم، می‌توان شرط را به صورت ماتریسی  $\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}$  نشان داد، که در این رابطه بردار  $m$  بعدی  $\mathbf{f}$  را بردار پاسخ نامیم. با فرض اینکه  $m$  شرط خطی مستقل از همدیگر باشند آنگاه بردار وزن زیر شروط مورد نظر را ارضاء می‌کند

$$\mathbf{w} = \mathbf{D} \mathbf{C} [\mathbf{C}^H \mathbf{D} \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \quad (۱۰)$$

با استفاده از قضیه ۲- می‌توان براحتی ثابت کرد که اگر ستون‌های ماتریس  $\mathbf{A}$ ، ماتریس  $\mathbf{C}$  را تشکیل دهند آنگاه بردار  $\mathbf{w}$  که از رابطه (۱۰) حاصل می‌آید، توان تداخل را در خروجی آرایه حداقل (صفر) می‌کند.

<sup>۱</sup> linear constraint minimum interference

<sup>۲</sup> Multiple linear constraint

## ۴. رهگیری Beamformer

در ادبیات پردازش آرایه‌ای روش‌های مختلفی برای رهگیری DOA سیگنال وجود دارد [9]. اما به منظور کاهش نرخ محاسبات در هنگامی که از روش MI برای کاهش تداخل استفاده می‌کنیم، علاقه ما بر این است که رهگیری beamformer را با استفاده از رهگیری فضای سیگنال انجام دهیم. در [6.8] روشی برای رهگیری بردارهای ویژه، مقادیر ویژه و سطح نویز (یعنی محاسبه  $\Lambda_v(k+1)$ ،  $Q_v(k+1)$  و  $\sigma^2(k+1)$  از روی  $\Lambda_v(k)$ ،  $Q_v(k)$  و  $\sigma^2(k)$ ) ارائه گردیده که می‌توان از آن برای محاسبه  $w_n(k+1)$  از روی  $w_n(k)$  استفاده کرد. در محاسبه  $w_n(k+1)$  به داشتن  $\mathbf{a}(\theta_n(k+1))$  نیز نیاز است. عبارتی به رهگیری DOA سیگنال مطلوب نیز احتیاج است.

روش root-MUSIC، روشی برای یافتن DOA سیگنال است که بر اساس پیدا کردن ریشه‌های چندجمله‌ای از مرتبه  $2L-1$ ، و ضرائب چند جمله‌ای آن از ماتریس  $\mathbf{N} = \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H$  بدست می‌آیند. اما این روش تنها برای آرایه‌های ULA قابل استفاده است. روش MUSIC چنین نقیصه‌ای ندارد اما از نظر محاسباتی پیچیده است. لذا در اینجا روشی را بر اساس MUSIC برای رهگیری DOA پیشنهاد می‌کنیم که البته مستقل از هندسه آرایه بوده و نرخ محاسباتی کمی دارد. در روش MUSIC جهت دریافت سیگنال‌ها،  $\theta_i$ ‌هایی هستند که تابع زیر را کمینه می‌کنند.

$$P_k(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{Q}_n(k) \mathbf{Q}_n^H(k) \mathbf{a}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{N}(k) \mathbf{a}(\theta) \quad (11)$$

حال فرض کنیم که  $\theta_0(k)$  تابع فوق را کمینه می‌کند، و این تابع نسبت به  $k$  تغییرات آهسته‌ای دارد. در اینصورت  $\theta_0(k+1)$  که تابع  $P_{k+1}(\theta)$  را کمینه می‌کند بصورت  $\theta_0(k+1) = \theta_0(k) + \Delta\theta_0(k+1)$  قابل بیان است که  $|\Delta\theta_0(k+1)| \ll 1$  است. جهت تخمین  $\Delta\theta_0(k+1)$  برای  $P_{k+1}(\theta)$  مدل زیر را در همسایگی  $\theta_0(k+1)$  فرض می‌کنیم.

$$P_{k+1}(\theta) = a(\theta - \theta_0(k+1))^{2L} + b \quad (12)$$

در این رابطه  $a$  و  $b$  مقادیر ثابت مثبت هستند. مشتق  $P_{k+1}(\theta)$  حول نقطه  $\theta = \theta_0(k)$  بر اساس این مدل چنین است

$$\frac{\partial P_{k+1}(\theta_0(k+1))}{\partial \theta} = -2aL(\Delta\theta(k+1))^{2L-1} \quad (13)$$

بر این اساس مقدار  $\Delta\theta_0(k+1)$  خواهد بود

$$\Delta\theta_0(k+1) = -\mu^{2L} \sqrt{\frac{\partial P_{k+1}(\theta_0(k))}{\partial \theta}} \quad (14)$$

که  $\mu$  مقداری ثابت و مثبت است. بر این مبنا رابطه بازگشتی زیر برای رهگیری DOA قابل ارائه است

$$\theta_0(k+1) = \theta_0(k) - \mu^{2L} \sqrt{\frac{\partial P_{k+1}(\theta_0(k))}{\partial \theta}} \quad (15)$$

می‌توان ثابت کرد که برای یک آرایه با هندسه دلخواه، مشتق  $P_{k+1}(\theta)$  از رابطه زیر قابل محاسبه است

$$\frac{\partial P_{k+1}(\theta)}{\partial \theta} = \mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{N}(k) \otimes \mathbf{B}(\theta)) \mathbf{a}(\theta) \quad (16)$$

در این رابطه  $\mathbf{B}(\theta)$  ماتریسی است که المان‌های آن چنین محاسبه می‌شوند

$$[\mathbf{B}(\theta)]_{m,n} = j(v_m \sin(\theta - \phi_m) - v_n \sin(\theta - \phi_n)) \quad (17)$$

در اینجا  $(v_n, \phi_n)$  موقعیت  $n$ امین المان آرایه در مختصات قطبی است و  $\otimes$  ضرب المان به المان دو ماتریس را نشان می‌دهد.

بدین ترتیب می‌توان با داشتن بردارهای ویژه و steering vector سیگنال مطلوب، beamformer را برای وضعیت جدید تشکیل داد.

## ۵. نتایج شبه‌سازی

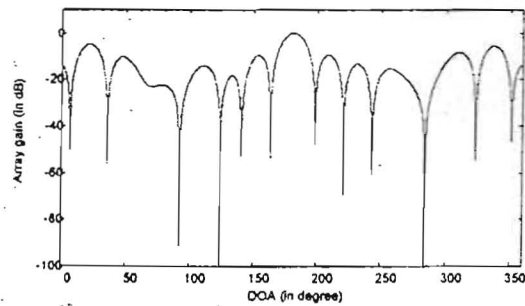
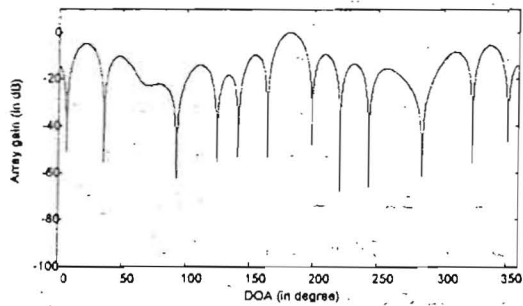
شکل ۱. (چپ) پترن تشعشی تولید شده با روش MV را هنگامی که از یک آرایه UCA با  $L=16$  المان استفاده شده، نشان می‌دهد. این اشعه به منبعی که در جهت  $180^\circ$  قرار دارد نشانه رفته و در محیط دو منبع تداخل در زوایای  $124^\circ$  و  $284^\circ$  درجه قرار دارند و توان دریافتی منابع  $10\text{dB}$  بالاتر از سطح نویز است. مشاهده می‌شود که روش MV صفرهایی نسبی در جهت تداخل‌ها ایجاد کرده است. شکل ۱. (راست) پترن ایجاد شده برای همین سناریو ولی با روش MI را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با استفاده از این روش صفرهای دقیقی در جهت تداخل‌ها ایجاد شده‌اند، اما بجز این نکته دو پترن تشعشی تفاوت چندانی با همدیگر ندارند.

در شکل ۲. جهت واقعی و تخمین موقعیت دو منبع سیگنال، هنگامی که از آرایه ULA با ۸ المان استفاده شده، نشان داده شده است. شکل ۲-الف تخمین DOA دو منبع با استفاده از روش MUSIC را نشان می‌دهد. در این روش هنگامی که دو منبع به یکدیگر نزدیک می‌شوند نوسانات بسیار شدیدی در تخمین مشاهده می‌شود. شکل ۲-ب تخمین DOA را با رهگیری ریشه‌ها در root-MUSIC نشان می‌دهد، همچنانچه گفتیم این روش تنها برای آرایه خطی قابل استفاده است. در شکل ۲-پ نیز تخمین DOA را با استفاده از روش پیشنهادی آمده است.

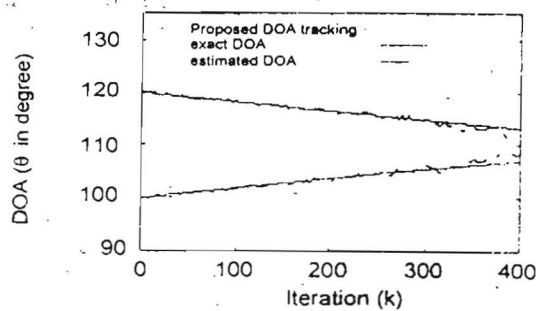
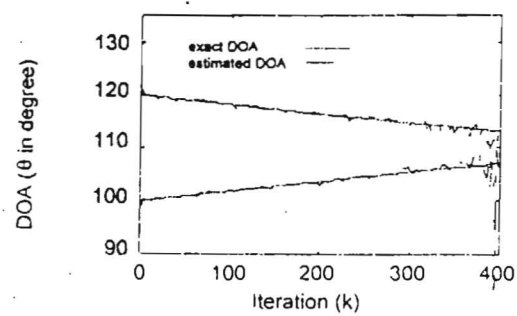
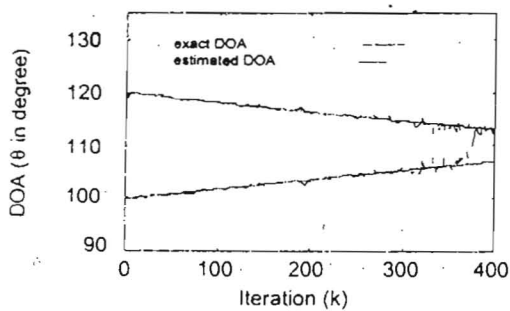
شکل ۳. سیگنال دریافتی از یک منبع متحرک را نشان می‌دهد. سیگنال ورودی ترکیبی از سیگنال FSK اصلی، تداخل و نویز است. SNR و SIR به ترتیب برابر  $20\text{dB}$  و  $-20\text{dB}$  در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و با آرایه UCA مرکب از ۸ المان، رهگیری سیگنال‌ها انجام گردیده است. در شکل خروجی آرایه برای روش‌های MV و MI ترسیم گردیده است. بهبودی که در خروجی با روش MI حاصل گردیده قابل ملاحظه و آشکار است.

## مراجع

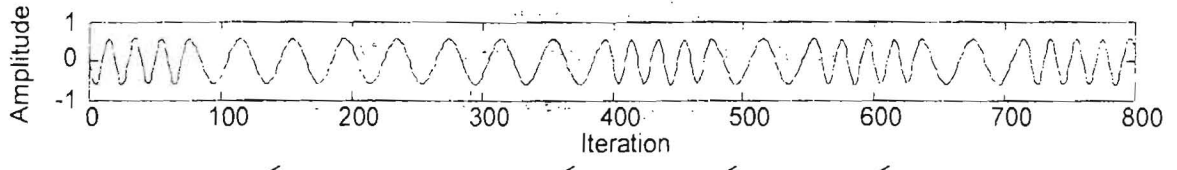
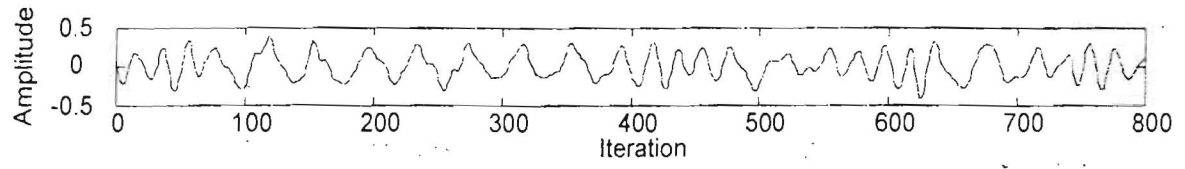
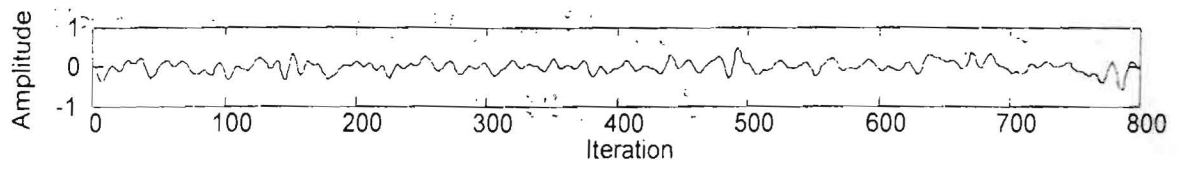
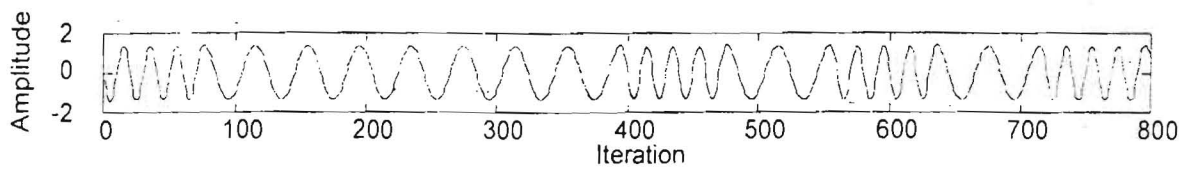
- [1] B. Friedlander, "A Signal Subspace Method for Adaptive Interference Cancellation," *IEEE Trans. Acous., Speech and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-36, No. 12, pp. 1853-1845, Dec 1988.
- [2] A.P. Applebaum, and D.J. Chapman, "Adaptive Array with Main Beam Constraints," *IEEE Trans. Ant. and Prop.*, Vol. AP-24, No. 5, pp. 650-662, Sep 1976.
- [3] A. Farina, *Antenna-Based Signal Processing Techniques for Radar Systems*. Artech House Inc., 1992
- [4] A.M. Haimovich, and Y. Bar-Ness, "An Eigenanalysis Interference Canceller," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, Vol. SP-39, No. 1, pp. 76-84, Jan 1991.
- [5] P.A. Zulch, J.S. Goldstein, J.R. Guerci, and I.S. Reed, "Comparison of Reduced-rank Signal Processing Techniques," 32nd Asilomar Conference Signals, Systems, and Computers. Nov. 1-4 1998, pp. 421-425.
- [6] B. Champagne, "Adaptive Eigendecomposition of Data Covariance Matrices Based on First-Order Perturbation." *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, Vol. SP-42, No. 10, pp. 2758-2770, Oct 1994.
- [7] J.F. Yang, and M. Kaveh, "Adaptive Eigensubspace Algorithms for Direction or Frequency Estimation and Tracking." *IEEE Trans. Acous., Speech and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-36, No. 2, pp. 241-251, Feb 1988.
- [8] B. Champagne, and Q. G. Liu, "Plane Rotation-Based EVD Updating Schemes for Efficient Subspace Tracking." *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, vol. SP-46, No. 7, pp. 1886-1900, July 1998.
- [9] S. Affes, S. Gazor, and Y. Grenier, "An Algorithm for Multisource Beamforming and Multitarget Tracking," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-44, No. 6, pp. 1512-1522, June 1996.



شکل (۱): الگوی تشعشی آرایه با روش MV (چپ) و روش MI (راست)



شکل (۲): تخمین DOA با استفاده از روش (بالا-راست)، رهگیری DOA با استفاده از روش رهگیری ریشه‌ها در root-MUSIC (بالا-چپ)، رهگیری DOA با استفاده از روش معرفی شده (پائین).



شکل (۳): (از بالا به پایین) سیگنال ارسالی، سیگنال دریافتی، سیگنال خروجی با روش MV، سیگنال خروجی با روش MI.